Fondamentaux pour l'Informatique Graphique

Aldo Gonzalez-Lorenzo (aldo.gonzalez-lorenzo@univ-amu.fr)

21 octobre 2021

Question 1.

Calculer la matrice de transformation d'une mise à l'échelle de facteur 2 autour du point $P(1,3)$.
Vérifier que P ne change pas et que $(1,4)$ va dans $(1,5)$.

Question 2.

Montrer un exemple concret de translation T_1 et de mise à l'échelle T_2 telles que $T_1 \circ T_2$ n'est pas pareil que $T_2 \circ T_1$.

Question 3.

Calculer la matrice de rotation de $\pi/6$ radians. Avez-vous utilisé les coordonnées homogènes ?

Question 4.

L'ordre entre une mise à l'échelle et une rotation est-il important ? Confirmez votre intuition avec une matrice.

Question 5.

Calculer les coordonnées du point $P(1,-1,2)$ après avoir fait une rotation de $\pi/4$ radians autour de l'axe Oz et de $2\pi/3$ radians autour de l'axe Ox.
Feriez-vous la même chose s'il fallait transformer un million de points ?

Question 6.

Calculer la matrice de transformation d'une rotation de $\pi/4$ radians autour de la droite $x=1, y=2$.

Question 7.

Calculer le nombre de multiplications et d'additions nécessaires pour faire une rotation avec une matrice de rotation ou avec un quaternion.

Question 8.

Calculer le nombre de multiplications et d'additions nécessaires pour enchainer deux rotations avec des matrices de rotation ou avec des quaternions.

Question 9.

Démontrer que $ij = k$ et $ki = j$ à partir des égalités $i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$.

Question 10.

Soit $\vec{u} \in \mathbb{R}^3$ un vecteur unitaire et $\theta \in [0, 2\pi]$, demontrer que le quaternion de rotation $q = [\cos(\theta/2), \sin(\theta/2)\vec{u}]$ est un quaternion unitaire.

Question 11.

Démontrer que tout quaternion unitaire est un quaternion de rotation pour un certain vecteur unitaire $\vec{u} \in \mathbb{R}^3$ et un angle θ.
Faites le calcul pour le quaternion $q = \frac{1}{\sqrt{15}}(1 + 2i - j + 3k)$.

Question 12.

On définit la position d'une caméra dans l'espace par une rotation et une translation. On prend la rotation de 0.2 radians autour du vecteur (non unitare) $\vec{v}_1 = (1, 1, 0)^\intercal$ et la translation par un vecteur $\vec{v}_2 = (20, 12, 2)^\intercal$. Calculer la matrice de changement de base qui permet de retrouver les coordonées d'un point depuis la position de la caméra.
Utiliser cette matrice pour calculer la projection sur un plan à distance $d = 1$ de la caméra du triangle avec sommets $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$ et $(0, 1, 1)$.